

Algorithmus von Prim

Der Weg zum minimalen Spannbaum
bei Graphen für mathematische
Netzwerke

Von
Max-Emanuel Bréard

Gliederung

- Was ist ein Algorithmus von Prim?
- Allgemeines
- Beispiel
- Ausrechnen von der Kantensumme
- Quellen

Was ist ein Algorithmus von Prim?

- Ein Graph eines Algorithmus von Prim besteht aus einem Netzwerk von Knoten und Kanten, die Knoten werden als Punkte dargestellt und die Kanten als gerade, oder auch als gebogene Linien dargestellt.
- Kanten verbinden die Knoten miteinander.
- Das Ziel ist es, dass die Kantensumme so klein wie möglich ist, dies wird erreicht indem man den kürzesten Weg zwischen allen vorhandenen Knoten in dem Graph nimmt.

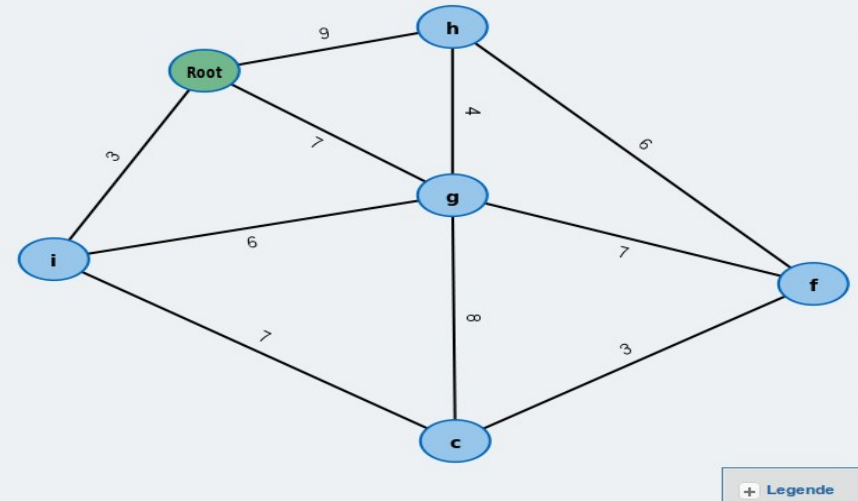
=> Man sucht die billigste Kante

Allgemeines

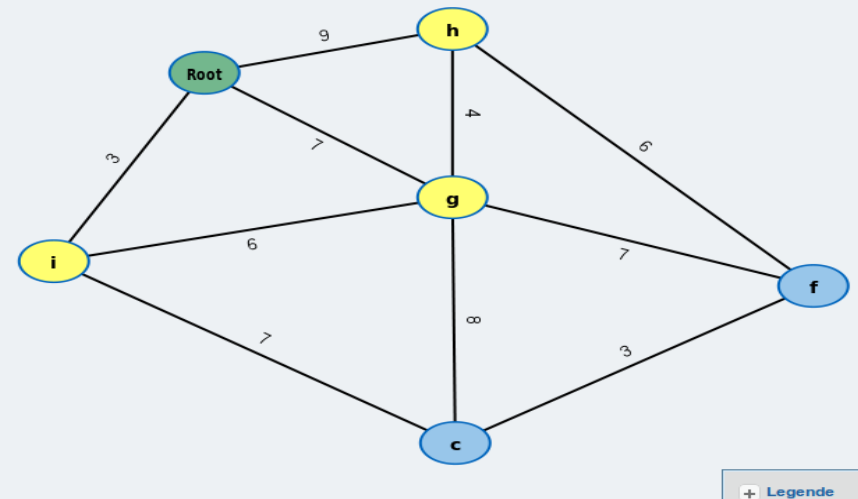
- Der Algorithmus von Prim dient der Berechnung von einem minimalen Spannbaum (kürzester Weg zwischen allen Knoten aus einem Graph, Eng. "Minimal Spanning Tree) in einem zusammenhängenden, ungerichteten oder kantengewichteten Graphen.
- Dieser Algorithmus wurde 1930 von einem tschechischen Mathematiker namens Vojtěch Jarník entwickelt.
- 1957 wurde es von Robert C. Prim, 1959 von Edsger W. Dijkstra wiederentdeckt.

Beispiel

1. Es wird von dem Graph T ein Anfangspunkt genommen (hier Root genannt).



2. Danach sucht man nach dem nächsten anliegenden Knoten mit dem kleinsten Distanzwert dazwischen, in diesem Fall i mit dem Distanzwert 3.

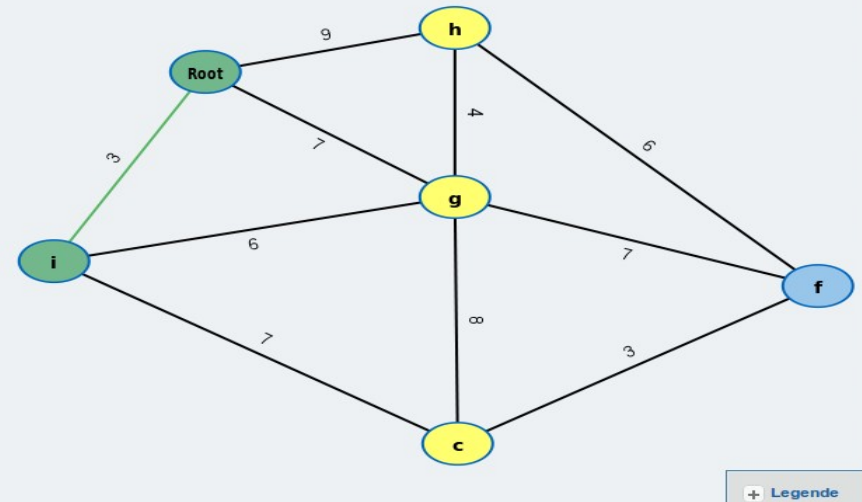


Legende:

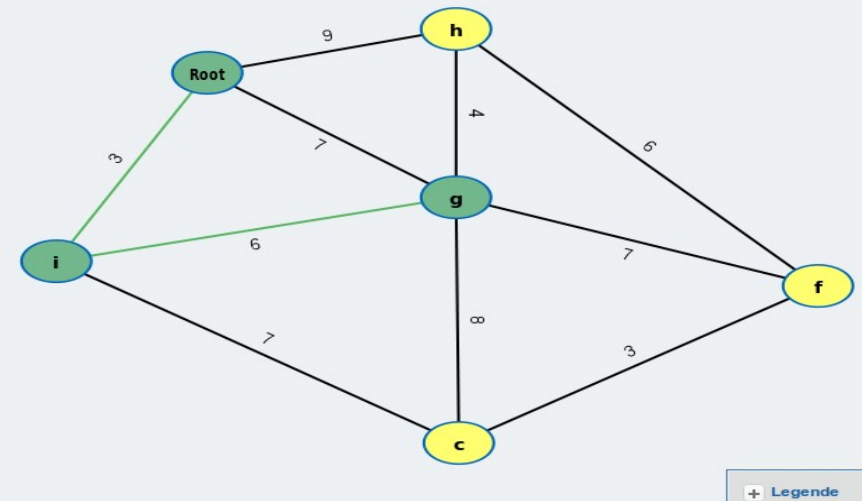
- Grün: schon verbundene Knoten ausgehend vom Root
- Gelb: Nachbarknoten von grün, aber noch nicht verbunden
- Blau: nicht von grün erreichbare Knoten

Beispiel

3. Nachdem man mit dem anliegenden und mit dem kleinsten Distanzwert verbunden hat (die in grün gekennzeichnete Knoten) sucht man nach dem nächsten kleinsten Distanzwert, in diesem Fall g mit dem Distanzwert 6.



4. Man wiederhold Schritt 3, der kleinste Distanzwert ist in diesem Fall ist 4, man verbindet also g mit h.



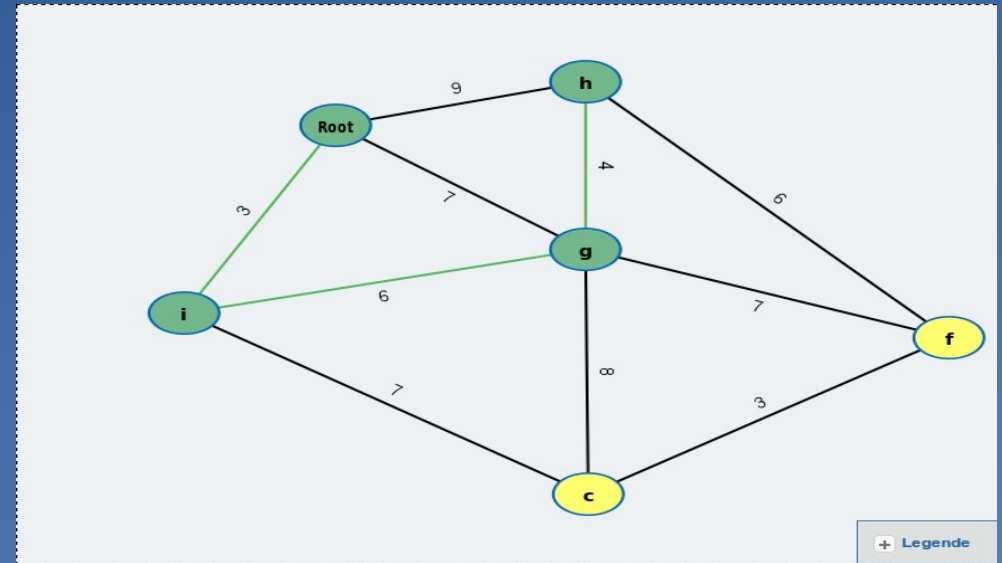
Legende:

- Grün: schon verbundene Knoten ausgehend vom Root
- Gelb: Nachbarknoten von grün, aber noch nicht verbunden

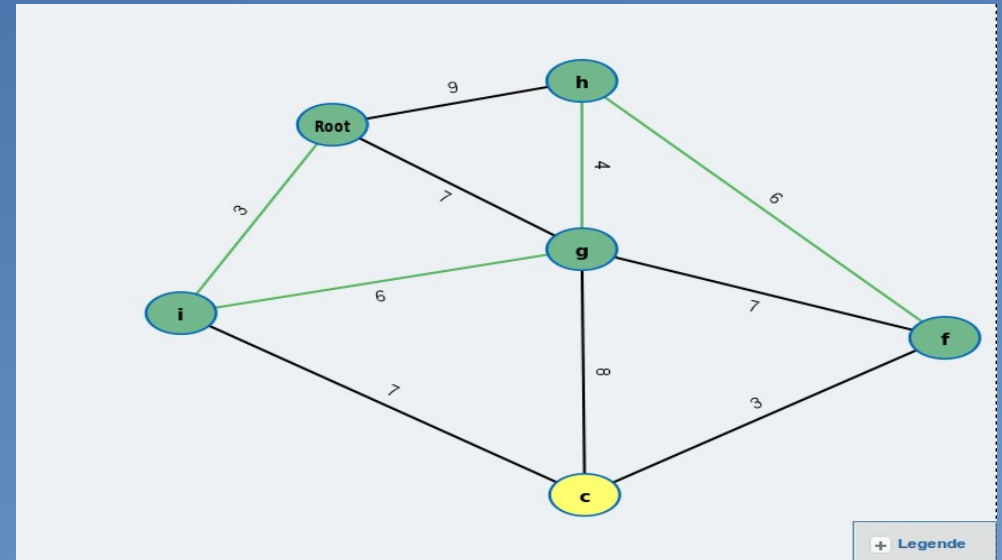
- Blau: nicht von grün erreichbare Knoten

Beispiel

5. Man sucht nach dem nächsten kleinsten Distanzwert der in diesem Fall 6 ist also verbindet man h mit f.



6. Am ende verbindet man f mit dem letzten Punkt, in diesem Fall c.



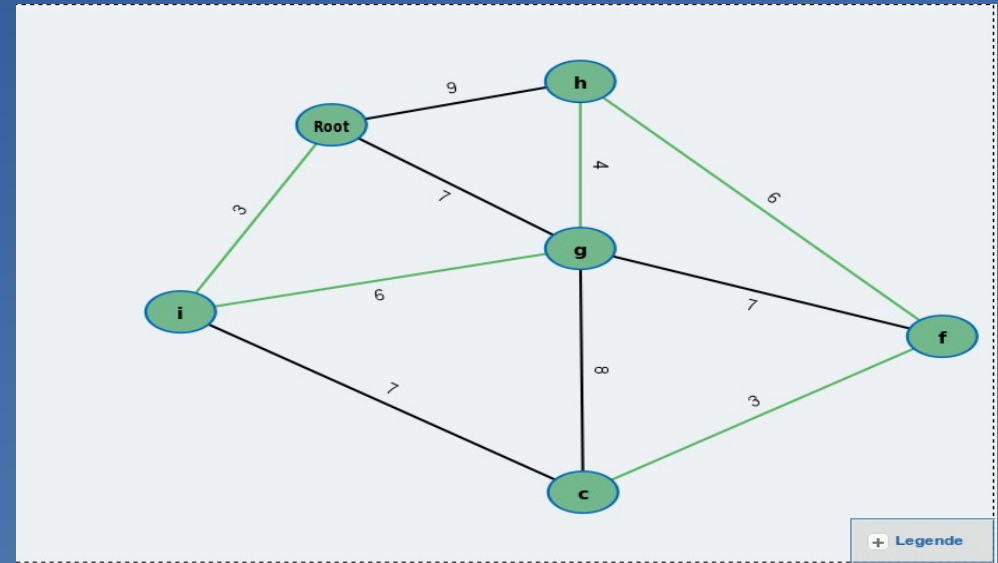
Legende:

- Grün: schon verbundene Knoten ausgehend vom Root
- Gelb: Nachbarknoten von grün, aber noch nicht verbunden

- Blau: nicht von grün erreichbare Knoten

Beispiel

7. Am Ende erreicht man den Ende des Algorithmus. Der Graph T enthält jetzt alle Knoten des Ausgangsgraphen und ist ein minimaler Spannbaum dieses Ausgangsgraphen.



Legende:

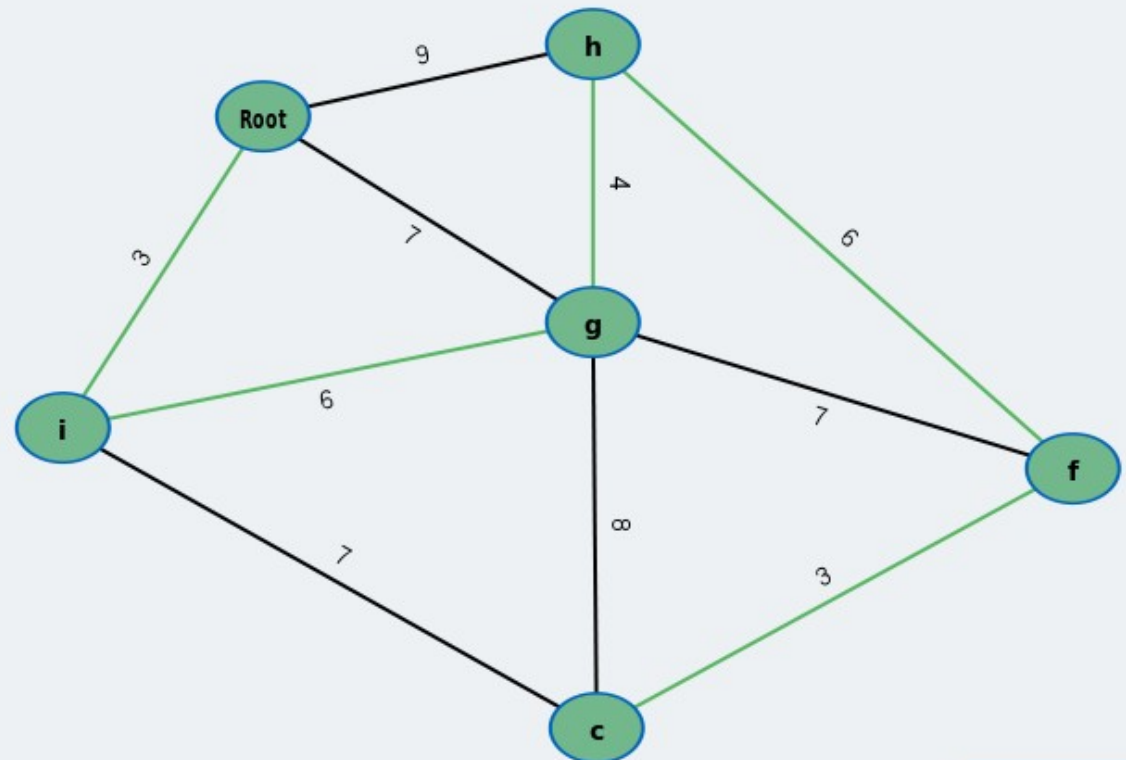
- Grün: schon verbundene Knoten ausgehend vom Root
- Gelb: Nachbarknoten von grün, aber noch nicht verbunden
- Blau: nicht von grün erreichbare Knoten

Ausrechnen von der Kantensumme

Am Ende rechnet man noch die Kantensumme aus indem man die Summe aller verwendeten Kanten im Graphen T miteinander addiert

Also:

$$3+6+4+6+3 = 22$$



Quellen

- http://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus_von_Prim
- <https://www-m9.ma.tum.de/material/de/mst-prim/>
- <https://www.youtube.com/watch?v=BtGuZ-rrUeY>
- http://www.g-ymnasium.de/index.php?option=com_content&view=article&id=56:prim-und-kruskal&catid=32:adt&Itemid=114
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Spannbaum>