Deformationen von (Pseudo-)Darstellungen

Prof. Dr. Gebhard Böckle, Ann-Kristin Juschka

Seminarprogramm (Stand 8. Dezember 2013)

Motivation und Ziele des Seminars

Eine grundlegende Methode eine Gruppe G zu verstehen ist es, ihre *Darstellungen* $G \to \mathrm{GL}_n(R)$ über einem Ring R zu betrachten. Des Weiteren kann man mit Darstellungen auch geometrische Objekte beschreiben. So ist zum Beispiel eine elliptische Kurve über $\mathbb{Q}$ durch die Darstellung von der absoluten Galoisgruppe $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ auf ihrem Tate-Modul zu einer Primzahl p (im Wesentlichen) bestimmt. Hierdurch wiederum wird eine Faktorgruppe von $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ beschrieben. Dies zeigt die grundsätzliche Bedeutung von Darstellungen in der Zahlentheorie.

Um geometrische Objekte zu variieren, ist es sinnvoll ihre assoziierten Darstellungen zu deformieren. So betrachtet Barry Mazur Deformationen einer *residuellen Darstellung* $\bar{\rho}\colon \mathrm{Gal}(K^{\mathrm{alg}}/K) \to \mathrm{GL}_n(\mathbb{F}_p)$ der absoluten Galoisgruppe eines Körpers K und zeigt unter bestimmten Voraussetzungen, dass eine *universelle Deformation* ρ^{univ} existiert. Diese parametrisiert alle Deformationen von $\bar{\rho}$. Es war eine der innovativen Ideen von Andrew Wiles und Richard Taylor, die Deformationstheorie im Beweis des Großen Fermatschen Satzes zu benutzen.

In den Anwendungen ist es wichtig in allen Situation eine universelle Deformation zu haben. Mit diesem Ziel führt Gaëtan Chenevier in [Che11] *Pseudodarstellungen* (dort *Determinanten* genannt) ein. Jeder Darstellung ρ ordnet man eine Pseudodarstellung zu: das charakteristische Polynom $g \mapsto \det(1 + t\rho(g))$. Tatsächlich gilt umgekehrt:

Theorem A ([Che11])**.** *Sei D eine Pseudodarstellung über einem algebraisch abgeschlossenen Körper. Dann gibt es eine eindeutige halbeinfache Darstellung ρ mit $\det(1+t\rho(g)) \cong D(1+tg)$ für alle $g \in G$.*

Weiter zeigt Chenevier, dass zu jeder residuellen Pseudodarstellung $\bar{D}$ eine *universelle Pseudodeformation* existiert [Che11, Proposition E]. Falls $\bar{D}$ das charakteristische Polynom $\det(1 + t\bar{\rho})$ einer geeigneten residuellen Galoisdarstellung $\bar{\rho}$ ist, gibt es eine Bijektion zwischen den Deformationen von $\bar{\rho}$ und den Deformationen von $\bar{D}$ [Che11, Example 3.4]. Insbesondere ist die Deformationstheorie von Chenevier eine Verallgemeinerung der Theorie von Mazur.

Im Seminar wollen wir die folgenden Punkte behandeln:

I *Darstellungen und ihre (universellen) Deformationen* [Gou01]

II *Pseudodarstellungen und grundlegende Eigenschaften* [Che11, §1]

III *Strukturtheoreme und Beweis von Theorem A* [Che11, §2]

IV *Universelle Pseudodeformationen und universelle Deformationen* [Che11, §3.1]

Organisatorisches

- Beginn: 15.10.2013, WS 2013/14 dienstags 14:15 – 15:45, INF 368, Raum 220
- Homepage: `www.iwr.uni-heidelberg.de/~Ann-Kristin.Juschka/seminar-ws2013/`
- Zwei Wochen vor dem eigenen Vortrag (oder allgemein zu Verständnisfragen) in die Sprechstunde kommen (A.-K. Juschka: donnerstags 14:15-15:45, INF 368, Raum 231)
- Bis eine Woche nach dem Vortrag eine (i.d.R.) geTEXte Ausarbeitung des Vortrags einreichen und (optional) einen Probevortrag halten

Vorträge

Teil I Darstellungen und ihre (universellen) Deformationen [Gou01]

Zuerst werden Begriffe aus der Darstellungstheorie eingeführt: z.B. absolut irreduzible Darstellungen. Anschließend wird Mazurs Deformationstheorie von Darstellungen erklärt. Insbesondere zeigt Mazur, dass zu jeder absolut irreduziblen residuellen Darstellung eine universelle Deformation existiert.

1. Einleitung in die Theorie der (Deformationen von) Darstellungen

Im ersten Vortrag werden grundlegende Begriffe der Darstellungs- und Zahlentheorie aus [Gou01, Lecture 1] eingeführt, die für die Deformationstheorie von Darstellungen wichtig sind. Zur Motivation von Pseudodarstellungen dient zusätzlich das Brauer-Nesbitt-Theorem: Eine Darstellung wird durch ihr charakteristisches Polynom (d.h. ihre assoziierte Pseudodarstellung) bestimmt [CR06, (30.16) Theorem]. Dieser Satz wird außerdem später auch für den Beweis von Theorem A benötigt. Genauer:

- Definiere Darstellungen, insbesondere (absolut) irreduzible und halbeinfache.
- Definiere das charakteristische Polynom einer Darstellung und ihre Spur und Determinante.
- Erkläre (und verstehe selbst mit Beweis) das Brauer-Nesbitt-Theorem [CR06, (30.16) Theorem].
- Führe proendliche Gruppen mit Beispiel Galoisgruppen ein.
- Definiere stetige Darstellungen und zeige die p-Endlichkeitskondition für Galoisgruppen.
- Begründe (und definiere), dass Darstellungen von der komplettieren Gruppenalgebra $A[\![G]\!]$ äquivalent zu Darstellungen von G sind (siehe auch [WE13, §3.1.1]).

Literatur: [Gou01, Lecture 1], [CR06, (30.16) Theorem], [WE13, §3.1.1]
Vortragende: Ann-Kristin Juschka 15.10.2013

2. Mazurs Deformationen von Darstellungen

In diesem Vortrag werden die Deformationen und der Deformationsfunktor von Darstellungen eingeführt. Dabei soll hauptsächlich [Gou01, Lecture 2 und Appendix 1] gefolgt werden. Die Originalreferenz ist [Maz89]. Insbesondere:

- Motiviere und definiere Lifte und Deformationen von Darstellungen.
- Definiere die Kategorie $\mathscr{C}$ der Koeffizientenringe einer Darstellung: noetherrsche lokal vollständige Algebren über den Witt-Vektoren $W(\mathbb{F}_q)$ (d.h. alle notwendigen Begriffe aus [Eis95, §7.1 und 7.2], aber Witt-Vektoren [Ser79, §II.6] nur skizzenhaft).
- Erkläre das Cohen-Strukturtheorem für solche Koeffizientenringe [Eis95, Theorem 7.7].
- Definiere den Deformations*funktor* Def und die Darstellbarkeit eines Funktors.
- Definiere den Tangentialraum und erläutere (mit Beweisskizze) [Was97, Proposition 4].
- Kündige mündlich an, dass im nächsten Vortrag durch Grothendiecks Kriterien [Gou01, Appendix 1] die Darstellbarkeit von Def gezeigt wird (d.h. die Existenz einer universellen Deformation $(R^{\text{univ}}, \rho^{\text{univ}})$) und [Was97, Proposition 4] als Kriterium für die Noetherschheit von R^{univ} benutzt werden kann [Gou01, Proposition 9.6].

Literatur: [Gou01, Lecture 2], [Eis95, §7.1, 7.2 und 7.4] [Ser79, §II.6]
Vortragender: Rouven Eberhardt 22.10.2013

3. Existenz der universellen Deformationen

In diesem Vortrag wird die Darstellbarkeit des Deformationsfunktors Def gezeigt. Mazur selbst benutzt dafür Schlessingers Kriterien zur Darstellbarkeit eines Funktors [Gou01, Lecture 3]. Da in Teil IV Grothendiecks Kriterien für die Existenz der universellen Pseudodeformation verwendet werden, wird hier die Darstellbarkeit von Def ebenfalls mit diesen Kriterien überprüft [Gou01, Appendix 1]:

- Definiere die Kategorien $\mathscr{C}$ und $\mathscr{C}^{\mathrm{fl}}$ und die Deformationsfunktoren Def und $\mathrm{Def}_{\mathscr{D}}$.
- Zeige, wie die Kriterien zur Darstellbarkeit von $\mathrm{Def}_{\mathscr{D}}$ in [Gou01, Theorem 9.1] von Grothendiecks Kriterium [Gou01, Proposition 9.2] abgeleitet werden.
- Beweise, dass auch für alle Lifte ρ nach R $\mathrm{Cent}_{\mathrm{Mat}_d(R)}(\mathrm{im}\rho) = k$ gilt [Gou01, Lemma 9.4].
- Beweise die Darstellbarkeit von Def [Gou01, Lemma 9.5].
- Erkläre das Endlichkeitskriterium [Gou01, Proposition 9.6] für die Noetherschheit der universellen Deformation. Dieses wird später auch für die universelle Pseudodeformation benutzt.
- Begründe mit der p-Endlichkeitskondition, dass das Endlichkeitskriterium für Galoisgruppen erfüllt ist.

Literatur: [Gou01, Appendix 1]
Vortragender: Konrad Fischer 29.10.2013

Teil II Pseudodarstellungen und grundlegende Eigenschaften [Che11, §1]

In den nächsten Vorträgen werden Pseudodarstellungen eingeführt und erste Eigenschaften gezeigt. Da Pseudodarstellungen insbesondere Polynomische Gesetze sind, leiten sich viele Eigenschaften von denen Polynomischer Gesetze ab, zum Beispiel die Existenz eines universalen Objektes. Die Existenz des universellen Polynomischen Gesetzes wurde in [Rob51, Rob80] gezeigt. Die Beweise finden sich auch – und **oft detaillierter** – in [WE13, Chapter 1].

4. Pseudodarstellungen und Polynomische Gesetze

In diesem Vortrag werden Pseudodarstellungen und Polynomische Gesetze definiert und anschließend Beispiele und erste Eigenschaften von Pseudodarstellungen anhand von [Che11, §1.1 und 1.5] und [WE13, §1.1.2, 1.1.6 und 1.1.7] erklärt. Im Detail:

- Definiere homogene Polynomische Gesetze von Grad d und Pseudodarstellungen.
- Behandle ein-, zwei- und dreidimensionale Polynomische Gesezte [Che11, Example 1.2].
- Erläutere, dass die Koeffizienten eines Polynomischen Gesetzes ähnliche Eigenschaften wie die Koeffizienten eines Polynoms haben [WE13, p. 7f.] (insbesondere [WE13, Proposition 1.1.2.16].
- Definiere $\mathrm{PsR}^d_A(R) := \det_A(R, d)$ und begründe, dass $\det \rho$ eine Pseudodarstellung ist.
- Erkläre, dass im nächsten Vortrag die Existenz der universellen Pseudodarstellung $\Gamma^n_A(R)^{\mathrm{ab}}$ gezeigt wird [Che11, Proposition 1.6] und definiere in dem Zusammenhang $P^n_A(M, \cdot\,)$, $\Gamma_A(M)$, $\Gamma^n_A(M)$, $\Gamma_A(R)$, $\Gamma^n_A(R)$ und $\mathcal{M}^n_A(R, \cdot\,)$.

Literatur: [Che11, §1.1 und 1.5],[WE13, §1.1.2, 1.1.6 und 1.1.7]
Vortragender: David Guiraud 05.11.2013

5. Das universelle Polynomische Gesetz $\Gamma^n_A(M)$

Ziel dieses Vortrages ist zu zeigen, dass der Funktor $P^n_A(M, \cdot)$ der polynomischen Gesetze durch den A-Modul der dividierten Potenzen $\Gamma^n_A(M)$ darstellbar ist [Rob51, Thm. IV.1]. Der Beweis findet sich auch in [WE13, §1.1.3]. Für den Beweis sollte der Vortrag Folgendes umfassen:

- Zur Motivation: $\mathrm{Sym}^d M$ ist ein universelles Polynomisches Gesetz, *falls* $d!$ in A invertierbar ist [WE13, Remark 1.1.2.13].
- Beweise, dass $\Gamma_A(M)$ eine "multiplikative Version" von $\mathrm{Sym}(M)$ ist [WE13, Proposition 1.1.3.7].
- Erkläre [WE13, Corollary 1.1.3.10 und 1.1.3.11]
- Beweise [Rob51, Thm. IV.1] mithilfe von [WE13, Lemma 1.1.3.13].

Literatur: [Che11, §1.1 und 1.5], [WE13, §1.1.3], [Rob51]
Vortragender: Nithi Rungtanapirom 12.11.2013

6. Die universelle Pseudodarstellung $\Gamma^n_A(R)^{\mathbf{ab}}$

Die Universalität von $\Gamma^n_A(R)^{\mathrm{ab}}$ [Che11, Proposition 1.6] folgt daraus, dass wir im letzten Vortrag gezeigt haben, dass $\Gamma^n_A(M)$ ein universelles Polynomisches Gesetz ist. Wir verweisen oft auf die ausführlicheren Beweise in [WE13, §1.1.6 und 1.1.7].

(remark 1.3), Example 1.7(i), Im Detail:

- Wiederhole die Definition von Pseudodarstellungen und [Rob51, Thm. IV.1] aus letztem Vortrag
- Folgere, dass $\Gamma^n_A(R)$ ein universelles *multiplikatives* Polynomisches Gesetz ist [WE13, Theorem 1.1.6.5] und $\Gamma^n_A(R)^{\mathrm{ab}}$ die universelle Pseudodarstellung ist [WE13, Theorem 1.1.7.4].
- Gib Pseudodarstellungen der Dimension 2 als Beispiel [Che11, Example 1.8].
- Eventuell: Zeige $\Gamma^n_A(R) \cong \mathrm{TS}^d_A(R)$.
- Eventuell: [Che11, Example 1.7] (bzw. auch [WE13, Theorem 1.1.6.5].
- Eventuell: Ziplies Theorem ($\Gamma^n_A(R) \cong \Gamma^{d/n}_A(R) \cong A$ für $n \mid d$ und sonst keine Pseudodarstellungen!) schon hier [Che11, Exercise 2.5].

Literatur: [Che11, §1.1 und 1.5], [WE13, §1.1.6 und 1.1.7], [Rob80]
Vortragende: Ann-Kristin Juschka 19.11.2013

7. Das Charakteristische Polynom einer Pseudodarstellung und Amitsurs Formel

Zuerst wird gezeigt, dass die Koeffizienten Λ_i des Charakteristischen Polynoms einer Pseudodarstellung D Amitsurs Formel erfüllen [Che11, Lemma 1.12]. Daraus folgt, dass die Koeffizienten Λ_i die Pseudodarstellung D schon vollständig charakterisieren [Che11, Corollary 1.14]. Genauer:

- Definiere das Charakteristische Polynom und insbesondere die Spur von D.
- Beweise die polynomischen Identitäten in [Che11, Lemma 1.12 (i) – (iii)]: Definiere dazu Lyndon Wörter und gebe das Chen-Fox-Lyndon-Theorem an [WE13, Definition 1.1.96].
- Erkläre den Zusammenhang von [WE13, Remark 1.1.9.14].
- Zeige, dass durch die Koeffizienten Λ_i schon D bestimmt wird [WE13, Corollary 1.1.9.15].
- Folgere die eindeutige Faktoriesierung von D aus [Che11, Corollary 1.14].

Literatur: [Che11, §1.10], [WE13, §1.1.9 und 1.1.10]
Vortragender: Gebhard Böckle 26.11.2013

8. Cayley-Hamilton-Pseudodarstellungen

In Teil III werden Kriterien angegeben, wann es zu einer Pseudodarstellung $D : R \to A$ eine echte Darstellung $R \to \mathrm{Mat}_d(A)$ gibt. Eins dieser Kriterien ist, dass D eine Cayley-Hamilton-Algebra ist: Der Grund ist, dass diese besondere Eigenschaften ähnlich zu Matrixalgebren haben.

- Zeige die Caley-Hamilton-Identität [Che11, Lemma 1.12 (iv)].
- Definiere den Kern $\ker P$ eines Polynomischen Gesetzes, *treue* Pseudodarstellungen und zeige die Eigenschaften von [Che11, Lemma 1.18 und 1.19].
- Definiere Caley-Hamilton-Pseudodarstellungen und zeige [Che11, Lemma 1.20 und 1.21].
- Definiere die Kategorie der C-H-Darstellungen mit ihren universellen Objekten.

Literatur: [Che11, §1.10 und 1.17], [WE13, §1.1.5, 1.1.8 und 1.2]
Vortragender: Gebhard Böckle 03.12.2013

Teil III Strukturtheoreme und Beweis von Theorem A [Che11, §2]

Das erste Ziel ist es zu zeigen, dass zu einer residuellen Pseudodarstellung $\bar{D} : R \to k^{\mathrm{alg}}$ eine eindeutige halbeinfache Darstellung $\bar{\rho}$ existiert mit $\bar{D} = \bar{\rho}$ (Theorem A). Anschließend werden Voraussetzungen für die Existenz einer Darstellung zu einer Pseudodarstellung $R \to A$ angegeben. Diese ermöglichen in Teil IV zu jeder Pseudodeformation von $\bar{D}$ eine Deformation von $\bar{\rho}$ zu finden.

9. Erste Strukturresultate und Beweis von Theorem A [Che11, Theorem 2.12]

In diesem Vortrag soll Theorem A [Che11, Theorem 2.12] für residuelle Pseudodarstellungen $R \to k^{\mathrm{alg}}$ bewiesen werden. Dafür benötigen wir bestimmte Hilfsresultate aus [Che11, §2.1], insbesondere [Che11, §2.1 und Lemma 2.14] und für letzteres zusätzlich [Che11, Lemma 2.17]. Es kann [Che11, §2.11] oder der alternativen Beweisstruktur in [WE13, §1.3.1 und 1.3.2] gefolgt werden.

- Definiere (orthogonale) Idempotente [Eis95] und zusammenhängender Ring [Har77, S. 82]
- Zeige die Strukturresultate [Che11, Lemma 2.2, Example 2.3, Lemma 2.4, Exercise 2.5, Lemma 2.7 und Lemma 2.8].

Literatur: [Che11, §2.1 und 2.11], [WE13, §1.3.1 und 1.3.2], [Eis95], [Har77, S. 82]
Vortragender: Hendrik Verhoek 10.12.2013

10. Weitere Strukturtheoreme für Ca-yley-HamiltonPseudodarstellungen

In diesem Vortrag werden die Kriterien für die Existenz einer Darstellung zu einer Pseudodarstellung $R \to A$ erklärt. Wie oben erwähnt, ermöglichen diese in Teil IV zu Pseudodeformationen von einer geeigneten Pseudodarstellung $\bar{D}$ eine Deformation von $\bar{\rho}$ zu finden. Das heißt:

- Beweise die Verallgemeinerung [Che11, Theorem 2.16] für residuelle Pseudodarstellungen $R \to k$ von Theorem A.
- Führe absolut irreduzible, Vielfachheit-freie und gespaltene Pseudodarstellungen ein [Che11, §2.11] und erkläre den Zusammenhang zu [Che11, Theorem 2.16] (siehe [WE13, §1.3.4]).
- Definiere henselsche lokale Ringe und beweise [Che11, Theorem 2.22].
- Definiere stetige Pseudodarstellungen und erkläre die anschließenden Beispiele in [Che11, §2.30].

Literatur: [Che11, §2], [WE13, §1.3.4]
Vortragender: Ann-Kristin Juschka 17.12.2013

Teil IV Universelle Pseudodeformationen & universelle Deformationen [Che11, §3]

Zuerst wird die Existenz der universellen Pseudodeformation zu einer festen residuellen Pseudodarstellung [Che11, Theorem E] mithilfe der universellen Pseudodarstellung aus Teil II gezeigt. Danach werden Endlichkeitstheoreme zur Noetherschheit der universellen Pseudodeformation erklärt.

Außerdem wird der Zusammenhang zwischen Mazurs Deformationstheorie aus Teil I und der von Chenevier hergestellt: Die universelle Deformation einer absolut irreduziblen residuellen Darstellung $\bar{\rho}$ ist isomorph zu der universellen Pseudodeformation von $\det \bar{\rho}$. Dafür werden Theorem A und die Strukturtheoreme aus Teil III benötigt.

Zuletzt werden Wiles' und Taylors Pseudocharaktere $T : R \to A$ behandelt, deren Definition die Informationen von der Spur einer d-dimensionalen Darstellung kodiert **falls** $p > d$. In diesem Fall folgt mithilfe analoger Strukturtheoreme wie in Teil III die Existenz der universellen Pseudodeformation eines Pseudocharakters. Weiter gibt es in bestimmten Fällen eine Bijektion zwischen Pseudodarstellungen und Pseudocharakteren [Che11, Proposition 1.29].

11. Existenz der universellen Pseudodeformation & die universelle Deformation

Das erste Ziel ist es zu zeigen, dass der Pseudodeformationsfunktor F' durch eine pro-endliche lokal vollständige $W(k)$-Algebra darstellbar ist [Che11, Proposition 3.3]. Nach [WE13, Lemma 2.1.1.5] ist die universelle Pseudodeformation noethersch ist, wenn der Tangentialraum endlich-dimensional ist. Daher sollen als nächstes bestimmte andere Endlichkeitstheoreme aus [Che11, §3.1] gezeigt werden. Zuletzt soll der Zusammenhang zu Mazurs Deformationsfunktor aus Teil I erklärt werden [Che11, Example 3.4]. Dazu wird im Vortrag folgendermaßen vorgegangen:

- Definiere die Kategorie $\mathcal{C}$ und den Pseudodeformationsfunktor F' aus [Che11, §3.1].
- Zeige [Che11, Lemma 3.2 und Proposition 3.3] mithilfe der Sätze aus Teil II und Teil III.
- Definiere den Tangentialraum des Pseudodeformationsfunktors und zeige [Che11, Prop. 2.28].
- Zeige [Che11, Proposition 2.35 und Corollary 2.36] für stetige Pseudodarstellungen.
- Beweise die Endlichkeitstheoreme [Che11, Proposition 2.38 und Corollary 2.39].
- Fasse die Endlichkeitsresultate zusammen (siehe [Che11, §3.1] und [WE13, §3.1.3 und 3.1.5]).
- Wiederhole benötigte Details zu Mazurs Deformationstheorie und erkläre [Che11, Example 3.4].

Literatur: [Che11, §2.24, §2.30, §2.37 und §3.1], [Gou01, Appendix 1], [WE13, §3.1.3 – 3.1.5]
Vortragender: Konrad Fischer **14.01.2014**

12. Universelle Peudodeformationen von Pseudodarstellungen und Pseudocharakteren

Wiles' und Taylors Theorie der Pseudocharaktere basiert auf vielen (Struktur-)Resultaten ähnlich denen von Pseudodarstellungen. Allerdings gelten die analogen Aussagen von Theorem A und der Strukturtheoreme aus Teil III nur unter der Annahme $p > d$. Der Grund ist, dass Pseudocharaktere nur die Information der Spur einer Darstellung kodiert statt des gesamten charakteristischen Polynom wie bei Pseudodarstellungen. Dies motivierte Chenevier Pseudodarstellungen einzuführen. In [Che11, §1.26] wird gezeigt, wann es eine Bijektion zwischen Pseudodarstellungen und -charakteren gibt. Diese Zusammenhänge von Pseudodarstellungen und -charakteren sollen wie folgt dargestellt werden:

- Definiere Pseudocharaktere, erkläre das Beispiel und definiere treue, Vielfachheit und Cayley-Hamilton-Pseudocharaktere folgend [BC09, §1.2].
- Erkläre die Analoga [Rou96, Théoremé 4.2] und [BC09, Proposition 1.6.1] von den Aussagen Theorem A und [Che11, Theorem 2.22] anhand der Strukturresultate von Teil III.
- Beweise, dass $D \mapsto \mathrm{tr}D$ eine Injektion zwischen Pseudodarstellungen und Pseudocharakteren definiert und zeige, wann es eine Bijektion ist [Che11, Proposition 1.28 und 1.29].

Literatur: [BC09, §1.2],[Che11, §1.26], [Che10, Lecture 3 & 4], [WE13, §1.1.12], [Rou96, Thm. 4.2]
Vortragende: Ann-Kristin Juschka 28.01.2014

Literaturverzeichnis

[BC09] Joël Bellaïche and Gaëtan Chenevier. Families of Galois representations and Selmer groups. *Astérisque*, (324):xii+314, 2009.

[Che10] Gaëtan Chenevier. Lectures on the infinite fern and families of quaternionic modular forms, 2010. Available at http://www.math.polytechnique.fr/~chenevier/coursihp.html.

[Che11] Gaëtan Chenevier. The p-adic analytic space of pseudocharacters of a profinite group and pseudorepresentations over arbitrary rings. In *Automorphic forms and Galois representations*, volume 94 of *Proceedings of the LMS Durham Symposium*, 2011. To appear, available at http://www.math.polytechnique.fr/~chenevier/pub.html.

[CR06] Charles W. Curtis and Irving Reiner. *Representation theory of finite groups and associative algebras*. AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2006. Reprint of the 1962 original.

[Eis95] David Eisenbud. *Commutative algebra*, volume 150 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1995. With a view toward algebraic geometry.

[Gou01] Fernando Q. Gouvêa. Deformations of Galois representations. In *Arithmetic algebraic geometry (Park City, UT, 1999)*, volume 9 of *IAS/Park City Math. Ser.*, pages 233–406. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2001. Appendix 1 by Mark Dickinson, Appendix 2 by Tom Weston and Appendix 3 by Matthew Emerton.

[Har77] Robin Hartshorne. *Algebraic geometry*. Springer-Verlag, New York, 1977. Graduate Texts in Mathematics, No. 52.

[Maz89] B. Mazur. Deforming Galois representations. In *Galois groups over* $\mathbf{Q}$ *(Berkeley, CA, 1987)*, volume 16 of *Math. Sci. Res. Inst. Publ.*, pages 385–437. Springer, New York, 1989.

[Rob80] Roby. Caracterisation des caracteres. Preprint, 1980.

[Rob51] Roby. Caracterisation des caracteres. 1963, Note = Preprint, Eprint = arXiv:1012.2851,.

[Rou96] Raphael Rouquier. Caracterisation des caracteres et pseudo-caracteres. *J. Algebra*, 180(2):571–586, 1996.

[Ser79] Jean-Pierre Serre. *Local fields*, volume 67 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1979. Translated from the French by Marvin Jay Greenberg.

[Was97] Lawrence C. Washington. Galois cohomology. In *Modular forms and Fermat's last theorem (Boston, MA, 1995)*, pages 101–120. Springer, New York, 1997.

[WE13] Carl William Wang Erickson. *Moduli of Galois Representations*. PhD thesis, Harvard University Cambridge, Massachusetts, 2013.