

## Darstellungen und Invarianten

<b>Modul</b>	<b>Code</b>	<b>Name</b> Darstellungen und Invarianten		
<b>Umfang</b>	<b>Leistungspunkte</b> 4 CP	<b>Workload</b> 120 h	<b>Dauer</b> 1 Semester	<b>Turnus</b>
<b>Verwendbarkeit</b>	Studierende der Mathematik und Physik (Bachelor/Master)			
<b>Lehrform</b>	Vorlesung 2 SWS + Vorlesung/Übung 1 SWS			
<b>Lernziel</b>	Grundkenntnisse in Invariantentheorie klassischer Lie-Gruppen. Kenntnisse wichtiger Beispiele (insb. zur Konstruktion von <i>allgemeineren</i> Invarianten).			
<b>Inhalt</b>	<p>Eins der “<i>generischsten</i>” Probleme der Mathematik ist das Klassifizieren von Objekten bis auf Äquivalenz. In vielen Fällen sind die Äquivalenzen durch die Operation von einer Lie-Gruppe <math>G</math> auf den Objekten gegeben – z.B. von <math>GL_n(K)</math>, <math>O_n(K)</math>, <math>Sp_n(K)</math> für <math>K = \mathbf{R}, \mathbf{C}</math> (von klassischem Lie-Typ). Ist <math>G</math> die Gruppe der reellen/komplexen Punkten einer klassischen, linearen algebraischen Gruppe, dann besitzt dieser als Untergruppe einer <math>GL_N(K)</math> eine reguläre Darstellung auf einem <math>N</math> dimensionalen <math>K</math>-Vektorraum <math>V</math>.</p> <p>Das Hauptziel dieser Vorlesung ist das Studium der <i>Invarianten</i> <math>(W_1^{\otimes a} \otimes W_2^{\vee \otimes b})^G</math>, wobei die <math>W_i</math> verschiedene <math>G</math>-Darstellungen sein werden, die i.A. aus <math>V</math> konstruiert sind. Wir beschreiben die Erzeuger (“Erster Fundamentalsatz”, FFT) und die Relationen (“Zweiter Fundamentalsatz”, SFT). Anhand von interessanten Beispielen werden wir am Ende der Vorlesung den Bogen zum ursprünglich erwähnten Problem zum Teil schließen.</p> <p><b>Themen:</b> Höchst-Gewichtstheorie; Darstellungen assoziativer Algebren, Doppel-Kommutator-Satz, Schur-Weyl Dualität, Capelli Theorem; Invariantentheorie klassischer Gruppen, FFT, SFT, Howe-Dualität.</p>			
<b>Nützliche Vorkenntnisse</b>	Kenntnisse in Lie-Gruppen und -Algebren. (Optional: Lineare algebraische Gruppen.)			
<b>Prüfungsmodalitäten</b>	Schriftliche Klausur oder mündliche Prüfung (mit einer möglichen Wiederholung) über den Vorlesungsstoff bzw. die Übungen.			
<b>Nützliche Literatur</b>	<p>Roe Goodman, Nolan R. Wallach, <i>Symmetry, representations, and invariants</i>, GTM 255 (2009), Springer Verlag</p> <p>Hermann Weyl, <i>The classical groups – their Invariants and Representations</i>, (1997), Princeton Academic Press</p> <p>William Fulton, Joe Harris, <i>Representation theory</i>, GTM 129 (2004), Springer Verlag</p>			